



Figura P12.30 y P12.31

**Ejercicio 12.30:** Los bloques A y B pesan 20 lb cada uno, el bloque C pesa 14 lb y el bloque D 16 lb. Si se aplica una fuerza hacia abajo con una magnitud de 24 lb sobre el bloque D, determine a) la aceleración de cada bloque, b) la tensión en la cuerda ABC. No tome en cuenta los pesos de las poleas ni el efecto de la fricción.

**Solución:** Vamos a solucionar este problema por pasos:

### 1. Análisis Cinemático (Relación de Movimiento)

Identificamos las dos cuerdas independientes del sistema:

- Cuerda 1 (Cuerda ABC): Pasa por las poleas móviles de A y B, y sostiene directamente al bloque C. Su longitud total **L1** es:

$$L1 = 2y_A + 2y_B + y_C + C$$

Derivando dos veces respecto al tiempo obtenemos la relación de aceleraciones:

$$2a_A + 2a_B + a_C = 0 \text{ --- Ecuación 1}$$

- Cuerda 2: Conecta la parte inferior del bloque A, pasa por las poleas del bloque D y sube a la parte inferior de B. Su longitud **L2** es:

$$L2 = (y_D - y_A) + (y_D - y_B) + C = 2y_D - y_A - y_B + C$$

Derivando dos veces obtenemos:

$$2a_D - a_A - a_B = 0 \text{ de donde; } a_A + a_B = 2a_D \text{ --- Ecuación 2}$$

### 2. Ecuaciones de Movimiento (Segunda Ley de Newton)

Definimos las masas usando  $g = 32.2 \text{ ft/s}^2$ :

- $m_A = 20/g$ ,  $m_B = 20/g$ ,  $m_C = 14/g$ ,  $m_D = 16/g$

Denotamos por **T1** la tensión en la cuerda ABC y por **T2** la tensión en la cuerda inferior.

- Bloque A:

$$\Sigma F_y = W_A + T_2 - 2T_1 = m_A * a_A \Rightarrow 20 + T_2 - 2T_1 = (20/g) * a_A \text{ --- (Ec. 3)}$$

- Bloque B:

$$\Sigma F_y = W_B + T_2 - 2T_1 = m_B * a_B \Rightarrow 20 + T_2 - 2T_1 = (20/g) * a_B \text{ --- (Ec. 4)}$$

- Nota: Como las ecuaciones 3 y 4 tienen el mismo lado izquierdo y  $m_A = m_B$ , se concluye directamente que las aceleraciones son iguales:  $a_A = a_B$ .

Sustituyendo  $a_A = a_B$  en la Ecuación 2:

$$2a_A = 2a_D \Rightarrow a_A = a_B = a_D$$

Sustituyendo esto en la Ecuación 1:

$$2a_D + 2a_D + a_C = 0 \Rightarrow a_C = -4a_D$$

- Bloque C:

$$\Sigma F_y = W_C - T_1 = m_C * a_C \Rightarrow 14 - T_1 = (14/g) * (-4a_D) \Rightarrow 14 - T_1 = -(56/g) * a_D \text{ --- (Ec. 5)}$$

- Bloque D: (Sufre su propio peso más la fuerza externa de 24 lb hacia abajo)

$$\Sigma F_y = W_D + F - 2T_2 = m_D * a_D \Rightarrow 16 + 24 - 2T_2 = (16/g) * a_D \Rightarrow 40 - 2T_2 = (16/g) * a_D$$

Dividiendo entre 2:

$$20 - T_2 = (8/g) * a_D \Rightarrow T_2 = 20 - (8/g) * a_D \text{ --- (Ec. 6)}$$

### 3. Resolución del Sistema

Sustituimos T2 (Ec. 6) en la ecuación del Bloque A (Ec. 3):

$$20 + (20 - (8/g)*aD) - 2T1 = (20/g)*aD$$

$$40 - 2T1 = (28/g)*aD \Rightarrow 20 - T1 = (14/g)*aD \Rightarrow T1 = 20 - (14/g)*aD$$

Ahora sustituimos esta expresión de T1 en la ecuación del Bloque C (Ec. 5):

$$14 - (20 - (14/g)*aD) = -(56/g)*aD$$

$$-6 + (14/g)*aD = -(56/g)*aD$$

$$-6 = -(70/g)aD \Rightarrow aD = (6/70)g = (3/35)g$$

Utilizando  $g = 32.2 \text{ ft/s}^2$ :

$$aD = (3/35)(32.2) = 2.76 \text{ ft/s}^2$$

### 4. Resultados Finales

**a) Aceleración de cada bloque:**

- Bloque A:  $2.76 \text{ ft/s}^2$  (Hacia abajo)
- Bloque B:  $2.76 \text{ ft/s}^2$  (Hacia abajo)
- Bloque C:  $aC = -4(2.76) = 11.04 \text{ ft/s}^2$  (Hacia arriba)
- Bloque D:  $2.76 \text{ ft/s}^2$  (Hacia abajo)

**b) Tensión en la cuerda ABC (T1):**

$$T1 = 20 - (14/32.2) * (2.76) = 20 - 1.2 = 18.8 \text{ lb}$$