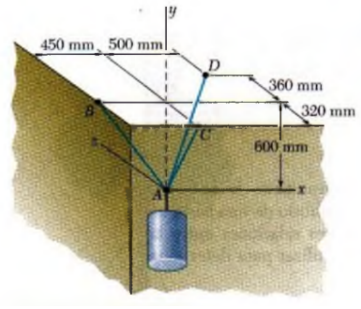
MENTE CORA
Solución de Problemas Matemáticos



Ejercicio 2.101: Un contenedor se sostiene por medio de tres cables que están unidos al techo como se muestra en la figura. Determine el peso W del contenedor si la tensión en el cable AB es de 6 kN.

Solución: Para resolver este problema de equilibrio de una partícula en tres dimensiones, determinamos los vectores de posición de cada cable tomando como origen de coordenadas el punto $A(0, 0, 0)$.

1.- Los vectores de posición y longitudes de los cables

A partir de la geometría de la figura, los vectores de posición desde el punto común A hacia los puntos de anclaje en el techo son:

- $\vec{AB} = -450\hat{i} + 600\hat{j} + 0\hat{k}\ \text{mm}$
- $\vec{AC} = 0\hat{i} + 600\hat{j} - 320\hat{k}\ \text{mm}$
- $\vec{AD} = 500\hat{i} + 600\hat{j} + 360\hat{k}\ \text{mm}$

Calculamos la longitud (magnitud) de cada cable:

- $AB = \sqrt{(-450)^2 + 600^2 + 0^2} = 750\ \text{mm}$
- $AC = \sqrt{0^2 + 600^2 + (-320)^2} = 680\ \text{mm}$
- $AD = \sqrt{500^2 + 600^2 + 360^2} = 860\ \text{mm}$

2.- Expresamos vectorialmente las fuerzas (Tensiones)

Expresamos cada fuerza multiplicando su magnitud por su respectivo vector unitario ($\vec{\lambda} = \frac{\vec{r}}{r}$):

$$\vec{T}_{AB} = T_{AB}\left(\frac{-450\hat{i} + 600\hat{j}}{750}\right) = T_{AB}(-0.6\hat{i} + 0.8\hat{j})$$

$$\vec{T}_{AC} = T_{AC}\left(\frac{600\hat{j} - 320\hat{k}}{680}\right) = T_{AC}\left(\frac{15}{17}\,\hat{j} - \frac{8}{17}\,\hat{k}\right)$$

$$\vec{T}_{AD} = T_{AD}\left(\frac{500\hat{i} + 600\hat{j} + 360\hat{k}}{860}\right) = T_{AD}\left(\frac{25}{43}\,\hat{i} + \frac{30}{43}\,\hat{j} + \frac{18}{43}\,\hat{k}\right)$$

El peso del contenedor actúa verticalmente hacia abajo:

$$\vec{W} = -W\hat{j}$$

3. Aplicamos las Ecuaciones de equilibrio ($\sum \vec{F} = 0$)

Dado que la tensión en el cable AB es $T_{AB} = 6kN$, sustituimos este valor en las componentes:

Eje "X"

$$\sum F_x = 0 \Longrightarrow -0.6(6\ \text{kN}) + \frac{25}{43}\,T_{AD} = 0$$

$$-3.6 + \frac{25}{43}\,T_{AD} = 0 \Longrightarrow T_{AD} = \frac{3.6 \times 43}{25} = \mathbf{6.192}\ \text{kN}$$

Eje "Z"

$$\sum F_z = 0 \Longrightarrow -\frac{8}{17}\,T_{AC} + \frac{18}{43}\,T_{AD} = 0$$

Sustituyendo el valor de T_{AD} obtenemos:

$$-\frac{8}{17}\,T_{AC} + \frac{18}{43}\,(6.192) = 0 \Longrightarrow -\frac{8}{17}\,T_{AC} + 2.592 = 0$$

$$T_{AC} = \frac{2.592 \times 17}{8} = \mathbf{5.508}\ \text{kN}$$

Eje "Y"

$$\sum F_y = 0 \Longrightarrow 0.8(6) + \frac{15}{17}\,T_{AC} + \frac{30}{43}\,T_{AD} - W = 0$$

Sustituyendo todas las tensiones calculadas, obtenemos:

$$4.8 + \frac{15}{17}\,(5.508) + \frac{30}{43}\,(6.192) - W = 0 \qquad 4.8 + 4.86 + 4.32 - W = 0$$

$$13.98 - W = 0 \Longrightarrow \mathbf{W = 13.98}\ \text{kN}$$

El peso del contenedor para mantener el sistema en equilibrio es de $13.98kN.$