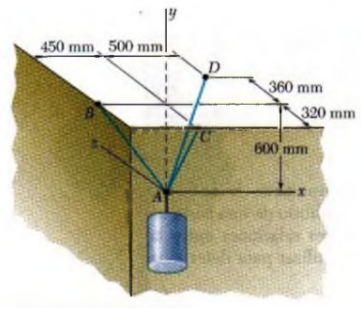
MENTE CORA
Solución de Problemas Matemáticos



Ejercicio 2.102: Un contenedor se sostiene por medio de tres cables que están unidos al techo como se muestra en la figura. Determine el peso W del contenedor si la tensión en el cable AD es de 4.3 kN.

Solución: Para resolver este problema de equilibrio de una partícula en tres dimensiones, determinamos los vectores de posición de cada cable tomando como origen de coordenadas el punto $A(0, 0, 0)$, estos vectores van desde el punto de amarre a los cables del techo:

1. Coordenadas de los vectores de posición:

- $\vec{AB} = -450\hat{i} + 600\hat{j}\ \text{mm}$
- $\vec{AC} = 600\hat{j} - 320\hat{k}\ \text{mm}$
- $\vec{AD} = 500\hat{i} + 600\hat{j} + 360\hat{k}\ \text{mm}$

2. Las magnitudes de los vectores son:

- $|AB| = \sqrt{(-450)^2 + 600^2} = 750\ \text{mm}$
- $|AC| = \sqrt{600^2 + (-320)^2} = 680\ \text{mm}$
- $|AD| = \sqrt{500^2 + 600^2 + 360^2} = 860\ \text{mm}$

3. Calculamos la expresión vectorial de las fuerzas que intervienen:

$$\vec{T}_{AB} = T_{AB}\left(-\frac{450}{750}\,\hat{i} + \frac{600}{750}\,\hat{j}\right) = T_{AB}(-0.6\hat{i} + 0.8\hat{j})$$

$$\vec{T}_{AC} = T_{AC}\left(\frac{600}{680}\,\hat{j} - \frac{320}{680}\,\hat{k}\right) = T_{AC}\left(\frac{15}{17}\,\hat{j} - \frac{8}{17}\,\hat{k}\right)$$

$$\vec{T}_{AD} = T_{AD}\left(\frac{500}{860}\,\hat{i} + \frac{600}{860}\,\hat{j} + \frac{360}{860}\,\hat{k}\right) = T_{AD}\left(\frac{25}{43}\,\hat{i} + \frac{30}{43}\,\hat{j} + \frac{18}{43}\,\hat{k}\right)$$

4. Aplicamos las ley de Newton y obtenemos las Ecuaciones de Equilibrio ($\sum \vec{F} = 0$):

Dado que $T_{AD} = 4.3kN$, podemos sustituir este valor directamente en las ecuaciones por componentes:

- Eje X ($\sum F_x = 0$):

$$-0.6T_{AB} + \frac{25}{43}(4.3\ \text{kN}) = 0$$ Por lo tanto: $$-0.6T_{AB} + 2.5\ \text{kN} = 0 \Longrightarrow T_{AB} = \frac{2.5}{0.6} = 4.167\ \text{kN}$$

- Eje Z ($\sum F_z = 0$):

$$-\frac{8}{17}T_{AC} + \frac{18}{43}(4.3\ \text{kN}) = 0$$ Por lo tanto: $$-\frac{8}{17}T_{AC} + 1.8\ \text{kN} = 0 \Longrightarrow T_{AC} = \frac{1.8 \times 17}{8} = 3.825\ \text{kN}$$

- Eje Y($\sum F_y = 0$):

$$0.8T_{AB} + \frac{15}{17}T_{AC} + \frac{30}{43}T_{AD} - W = 0$$ Sustituyendo los valores correspondientes:

$$W = 0.8(4.167\ \text{kN}) + \frac{15}{17}(3.825\ \text{kN}) + \frac{30}{43}(4.3\ \text{kN})$$

$$W = 3.333\ \text{kN} + 3.375\ \text{kN} + 3.0\ \text{kN}$$

Por lo tanto: W = 9.708 kN, T_{AB} = 4.167 kN, T_{AC} = 3.825 kN y T_{AD} = 4.3 kN