MENTE CORA

Solución de Problemas Matemáticos

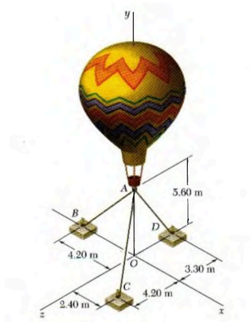

Figura P2.103 y *P2.104*

Ejercicio 2.103: Tres cables son usados para amarrar el globo que se muestra en la figura. Si la tensión en el cable AB es de 259 N, determine la fuerza vertical P que ejerce el globo en A.
al.

Solución: A partir de la descripción del problema, definimos la ubicación espacial de cada punto en metros considerando el origen (0,0,0) en el suelo justo debajo del globo:

- A = (0, 5.60, 0) mts
- B = (-4.20, 0, 0) mts
- C = (2.40, 0, 4.20) mts
- D = (0, 0, -3.30) mts

1.Calcular los vectores de posición y magnitudes

Calculamos los vectores que van desde el punto común de equilibrio “A” hacia cada punto de amarre $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$ junto con sus distancias físicas (magnitudes):

- **Para el cable AB:**

$$\vec{r}_{AB} = B - A = -4.20\hat{i} - 5.60\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(-4.20)^2 + (-5.60)^2 + 0^2} = \sqrt{17.64 + 31.36} = 7.0 \text{ m}$$

- **Para el cable AC:**

$$\vec{r}_{AC} = C - A = 2.40\hat{i} - 5.60\hat{j} + 4.20\hat{k}$$

$$d_{AC} = \sqrt{(2.40)^2 + (-5.60)^2 + (4.20)^2} = \sqrt{5.76 + 31.36 + 17.64} = \sqrt{54.76} = 7.4 \text{ m}$$

- **Para el cable AD:**

$$\vec{r}_{AD} = D - A = 0\hat{i} - 5.60\hat{j} - 3.30\hat{k}$$

$$d_{AD} = \sqrt{0^2 + (-5.60)^2 + (-3.30)^2} = \sqrt{31.36 + 10.89} = \sqrt{42.25} = 6.5 \text{ m}$$

2. Expresamos las fuerzas vectoriales en sus componentes rectangulares:

Cada fuerza la multiplicamos por su magnitud y su respectivo vector unitario: $\vec{T} = T \cdot \frac{\vec{r}}{d}$

La fuerza vertical del globo queda definida por: $\vec{P} = P\hat{j}$.

- **La Tensión AB se define por (TAB = 259 N):**

$$\vec{T}_{AB} = 259\left(\frac{-4.20}{7.0}\,\hat{i} - \frac{5.60}{7.0}\,\hat{j} + 0\hat{k}\right) = -155.4\hat{i} - 207.2\hat{j}$$

- **La Tensión en AC se define por:**

$$\vec{T}_{AC} = T_{AC}\left(\frac{2.40}{7.4}\,\hat{i} - \frac{5.60}{7.4}\,\hat{j} + \frac{4.20}{7.4}\,\hat{k}\right)$$

La Tensión en AD se define por:

$$\vec{T}_{AD} = T_{AD}\left(0\hat{i} - \frac{5.60}{6.5}\,\hat{j} - \frac{3.30}{6.5}\,\hat{k}\right)$$

3. Plantear y Resolver las Ecuaciones escalares

Debido a que la partícula en “A” está en equilibrio, la sumatoria de fuerzas en cada uno de los ejes coordenados debe ser igual a cero:

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F_z = 0$$

Ecuación en el eje X (ΣFx=0):

$$-155.4 + \frac{2.40}{7.4}\,T_{AC} = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{2.40}{7.4}\,T_{AC} = 155.4 \Longrightarrow T_{AC} = \frac{155.4 \times 7.4}{2.40} = 479.15 \text{ N}$$

Ecuación en el eje Z (ΣFz=0):

$$\frac{4.20}{7.4}T_{AC} - \frac{3.30}{6.5}T_{AD} = 0$$

Sustituyendo el valor de TAC en la anterior ecuación obtenemos:

$$\frac{4.20}{7.4}(479.15) - \frac{3.30}{6.5}T_{AD} = 0 \quad \longrightarrow \quad 271.95 = \frac{3.30}{6.5}T_{AD} \Longrightarrow T_{AD} = \frac{271.95 \times 6.5}{3.30} \approx 535.66 \text{ N}$$

Ecuación en el eje Y (ΣFy=0):

$$-207.2 - \frac{5.60}{7.4}T_{AC} - \frac{5.60}{6.5}T_{AD} + P = 0$$

Sustituyendo las tensiones obtenidas, tenemos:

$$P = 207.2 + \frac{5.60}{7.4}(479.15) + \frac{5.60}{6.5}(535.66) \quad \longrightarrow \quad P = 207.2 + 362.60 + 461.49$$

Por lo tanto P vale:

$$\boxed{P = 1031.29 \text{ N}}$$

4. Conclusión

La fuerza vertical **P** requerida para mantener el sistema en equilibrio estático ante las condiciones dadas es de 1031.29 N dirigida hacia arriba.