MENTE CORA

Solución de Problemas Matemáticos

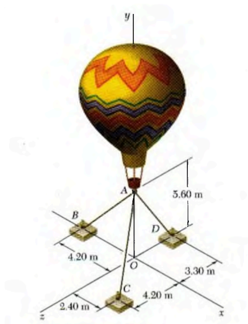

Figura P2.103 y *P2.104*

Ejercicio 2.104: Tres cables son usados para amarrar el globo que se muestra en la figura. Si la tensión en el cable AC es de 444 N, determine la fuerza vertical P que ejerce el globo en A.

Solución: A partir de la descripción del problema, definimos la ubicación espacial de cada punto en metros considerando el origen (0,0,0) en el suelo justo debajo del globo:

- A = (0, 5.60, 0) mts
- B = (-4.20, 0, 0) mts
- C = (2.40, 0, 4.20) mts
- D = (0, 0, -3.30) mts

1. Determinar los vectores de posición

Para analizar el equilibrio en el punto (A), primero encontramos los vectores de posición que van desde el punto (A) hacia los puntos de anclaje (B), (C) y (D):

- $\vec{r}_{AB} = B - A = (-4.20 - 0)\hat{\imath} + (0 - 5.60)\hat{\jmath} + (0 - 0)\hat{k} = -4.20\hat{\imath} - 5.60\hat{\jmath} + 0\hat{k}$
- $\vec{r}_{AC} = C - A = (2.40 - 0)\hat{\imath} + (0 - 5.60)\hat{\jmath} + (4.20 - 0)\hat{k} = 2.40\hat{\imath} - 5.60\hat{\jmath} + 4.20\hat{k}$
- $\vec{r}_{AD} = D - A = (0 - 0)\hat{\imath} + (0 - 5.60)\hat{\jmath} + (-3.30 - 0)\hat{k} = 0\hat{\imath} - 5.60\hat{\jmath} - 3.30\hat{k}$

2. Calcular las magnitudes y vectores unitarios

Calculamos la distancia (longitud) de cada cable aplicando el teorema de Pitágoras en tres dimensiones $d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$:

- $d_{AB} = \sqrt{(-4.20)^2 + (-5.60)^2 + 0^2} = \sqrt{17.64 + 31.36} = 7.00 \text{ m}$
- $d_{AC} = \sqrt{2.40^2 + (-5.60)^2 + 4.20^2} = \sqrt{5.76 + 31.36 + 17.64} = 7.40 \text{ m}$
- $d_{AD} = \sqrt{0^2 + (-5.60)^2 + (-3.30)^2} = \sqrt{31.36 + 10.89} = 6.50 \text{ m}$

Los vectores unitarios utilizando la ecuación **λ** = **r**/d son:

- $\lambda_{AB} = -0.6\hat{\imath} - 0.8\hat{\jmath} + 0\hat{k}$
- $\lambda_{AC} = \frac{12}{37}\hat{\imath} - \frac{28}{37}\hat{\jmath} + \frac{21}{37}\hat{k} \approx 0.3243\hat{\imath} - 0.7568\hat{\jmath} + 0.5676\hat{k}$
- $\lambda_{AD} = 0\hat{\imath} - \frac{56}{65}\hat{\jmath} - \frac{33}{65}\hat{k} \approx 0\hat{\imath} - 0.8615\hat{\jmath} - 0.5077\hat{k}$

3. Expresar los vectores de tensión

Sabiendo que la tensión en el cable AC es **TAC** = 444 N, podemos definir sus componentes exactas multiplicando su magnitud por su vector unitario:

$$\vec{T}_{AC} = 444 \cdot \left(\frac{2.40}{7.40}\,\hat{\imath} - \frac{5.60}{7.40}\,\hat{\jmath} + \frac{4.20}{7.40}\,\hat{k} \right) = 144\hat{\imath} - 336\hat{\jmath} + 252\hat{k}$$

Para los demás cables expresamos las fuerzas en función de sus magnitudes desconocidas **TAB** y **TAD**:

- $\vec{T}_{AB} = T_{AB}(-0.6\hat{\imath} - 0.8\hat{\jmath})$
- $\vec{T}_{AD} = T_{AD}\left(-\frac{56}{65}\hat{\jmath} - \frac{33}{65}\hat{k} \right)$

La fuerza vertical ascendente del globo se define como :

$$\vec{P} = P\hat{\jmath}.$$

4. Resolver las ecuaciones de equilibrio

Para que el punto "A" esté en equilibrio, la suma vectorial de todas las fuerzas debe ser cero ΣF=0.

Ecuación en el eje Z, ΣFz=0.

$$252 - T_{AD}\left(\frac{33}{65}\right) = 0 \quad \longrightarrow \quad T_{AD} = \frac{252 \cdot 65}{33} = \frac{5460}{11} \approx 496.36\ \mathrm{N}$$

Ecuación en el eje X, ΣFx=0.

$$-0.6T_{AB} + 144 = 0 \quad \longrightarrow \quad T_{AB} = \frac{144}{0.6} = 240\text{ N}$$

Ecuación en el eje Y, ΣFy=0.

$$P - 0.8T_{AB} - 336 - \frac{56}{65}T_{AD} = 0$$

Sustituyendo los valores encontrados de TAB y TAD obtenemos:

$$P - 0.8(240) - 336 - \frac{56}{65}\left(\frac{5460}{11}\right) = 0 \quad \longrightarrow \quad P - 192 - 336 - \frac{4704}{11} = 0$$

$$\boxed{P = 528 + 427.64 = 955.64\text{ N}}$$

5. Resultado Final

La fuerza vertical P ejercida por el globo en el punto de amarre A es de 955.64 N en dirección vertical hacia arriba.