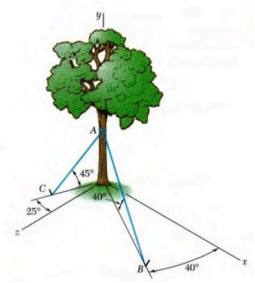
MENTE CORA

Solución de Problemas Matemáticos



Ejercicio 2.73: Para estabilizar un árbol arrancado parcialmente durante una tormenta, se le amarran los cables AB y AC a la parte alta del tronco y después se fijan a barras de acero clavadas en el suelo. Si la tensión en el cable AB es de 950 lb, determine a) las componentes de la fuerza ejercida por este cable sobre el árbol, b) los ángulos θx, θy y θz, que forma la fuerza en A con los ejes paralelos a los ejes coordenados.

Solución: Para resolver este problema, primero debemos determinar nuestro eje coordenado:

Eje Coordenado

- Origen (0,0,0): En la base del árbol.
- Punto A (parte alta del tronco): Está en el eje (Y), por lo que la fuerza del cable jala hacia abajo (componente “Y” negativa).
- Eje X: Positivo a la derecha, la proyección del cable AB forma 40° con este eje en el plano horizontal XZ (componente X positiva).
- Eje Z: Positivo saliendo de la pantalla, la proyección jala hacia el frente, por lo que su componente en Z es positivo.
- Como se observa en la figura el cable AB hace un ángulo de 40° con el plano XZ.
- También se observa en la figura que la cuerda AC hace un ángulo de 45° con el plano XZ.

De acuerdo a la geometría observamos que el ángulo que el cable AB hace con la vertical del árbol (eje Y) es de **50°** (= 180°- 90°- 40°).

1. Componentes de la Fuerza del Cable AB

La tensión en el cable es : $T_{AB} = 950 \text{ lb.}$

- ***Separación de la componente vertical (Y) y la proyección horizontal (Fh):***

Componente vertical (Fy): Como jala hacia abajo (hacia el suelo):

$$F_y = -950 \cdot \cos(50°) = -950 \cdot 0.64279 = \mathbf{-610.7 \text{ lb}}$$

- ***Proyección sobre el plano horizontal XZ (Fh):***

$$F_h = 950 \cdot \sin(50^\circ) = 950 \cdot 0.76604 = 727.74 \text{ lb}$$

Descomposición de Fh en los Ejes "X" y "Z" con ángulo 40° respecto a "X"

- ***Componente horizontal (Fx):***

$$F_x = F_h \cdot \cos(40^\circ) = 727.74 \cdot 0.76604 = \mathbf{557.5} \text{ lb}$$

- ***Componente de profundidad (Fz):***

$$F_z = F_h \cdot \sin(40^\circ) = 727.74 \cdot 0.64279 = \mathbf{467.8} \text{ lb}$$

Expresado Vectorialmente, la Fuerza ejercida sobre el árbol es:

$$\vec{F}_{AB} = 557.5\hat{i} - 610.7\hat{j} + 467.8\hat{k} \text{ lb}$$

2. Cálculo de los Ángulos Directores (θx, θy y θz **):**

- **Ángulo θx:**

$$\cos\theta_x = \frac{557.5}{950} = 0.5868 \Longrightarrow \theta_x = \mathbf{54.1}^\circ$$

- **Ángulo θy:**

$$\cos\theta_y = \frac{-610.7}{950} = -0.6428 \Longrightarrow \theta_y = \mathbf{130.0}^\circ$$

- **Ángulo θz:**

$$\cos\theta_z = \frac{467.8}{950} = 0.4924 \Longrightarrow \theta_z = \mathbf{60.5}^\circ$$