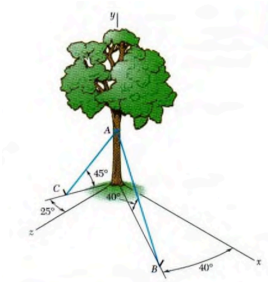
MENTE CORA
Solución de Problemas Matemáticos



Ejercicio 2.74: Para estabilizar un árbol arrancado parcialmente durante una tormenta, se le amarran los cables AB y AC a la parte alta del tronco y después se fijan a barras de acero clavadas en el suelo. Si la tensión en el cable AC es de 810 lb, determine a) las componentes de la fuerza ejercida por este cable sobre el árbol, b) los ángulos θx, θy y θz, que forma la fuerza en A con los ejes paralelos a los ejes coordenados.

Solución: Para resolver este problema, primero debemos determinar nuestro eje coordenado:

Eje Coordenado

- Origen (0,0,0): En la base del árbol.
- Eje Y (altura): Positivo hacia arriba. Como el cable se jala desde la parte alta hacia el suelo, la componente (Fy) es negativa.
- Eje X (horizontal): El cable (AC) se ancla hacia el lado izquierdo de la pantalla (dirección contraria a (AB), por lo que su componente (Fx) es negativa.
- Eje Z (profundidad): Positivo saliendo de la pantalla hacia el lector. Su proyección forma un ángulo de -25° medido desde el eje (Z) positivo (hacia la izquierda), de modo que su componente (Fz) es positiva.
- También se observa en la figura que la cuerda AC hace un ángulo de 45° con el plano XZ.

De acuerdo a la geometría observamos que el ángulo que el cable AC hace con la vertical del árbol (eje Y) es de **45°** (=180°- 90°- 45°).

a) Componentes de la Fuerza del Cable AC

La tensión en el cable es TAC = 810 lb y el ángulo con la vertical (eje \(Y\)) es de \(45^{\circ }\).

1. Separación de la componente vertical (Y) y la proyección horizontal (Fh)

- Componente vertical (**Fy**)
  Fy = -810 cos 45°= (-810) 0.7071 = - 572.8 lb

- Proyección sobre el plano horizontal XZ (**Fh**):
  Fh = 810 sin 45°= (810) (0.7071) = 572.76 lb

2. Descomposición de (Fh) en los ejes X y Z (con un ángulo de 25°) respecto a Z

Como el ángulo de la proyección está referido respecto al eje (Z), la componente en (Z) utiliza el coseno y la componente en (X) utiliza el seno:

- La Componente de profundidad (Fz) es:
  Fz =Fh cos 25° = (572.76) (0.9063) = 519.1 lb
- Componente horizontal (Fx): Al estar dirigida a la izquierda, es negativa, por lo tanto:
  Fx = -Fh sin 25° = - 572.76 (0.4226) = - 242.1 lb

Expresado vectorialmente, la fuerza obtenemos :

FAC = - 242.1 **i** -572.8 **j** + 519.1 **k** lb

b) Cálculo de los Ángulos Directores (θx, θy y θz):

Dividimos cada componente de la fuerza obtenida entre la magnitud total de la tensión (810 lb):

- Ángulo **θx:**
  cos **θx** = (- 242.1) / (810}=-0.2989, de donde **θx** = arc cos (-0.2989) = 107.4°
- Ángulo **θy:**
  cos **θy** = (- 572.8) / (810) = -0.7071, de donde **θy** = arc cos (-0.7071) = 135.0°
- Ángulo \(\theta _{z}\):
  cos **θz** = (519.1) / (810} = 0.6409, de donde **θz** = arccos (0.6409) = 50.1°

Conclusión Final

Fuerza Total: **F**AC = - 242.1 **i** -572.8 **j** + 519.1 **k** lb

Cosenos Directores: cos **θx** = 107.4°, cos **θy** = 135.0° y cos **θz =** 50.1°