MENTE CORA
Solución de Problemas Matemáticos

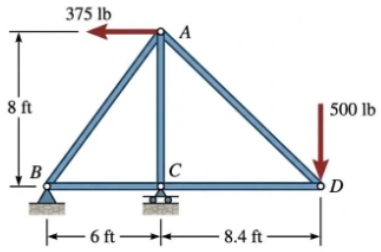

Figura P6.4

Ejercicio 6.4: Utilice el método de los nodos para determinar la fuerza presente en cada elemento de las armaduras que muestra la siguiente figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

Solución: Para resolver la armadura mediante el método de los nodos, primero determinamos las reacciones en los apoyos de la estructura completa y luego analizamos el equilibrio de fuerzas en cada nodo.

1. Las Reacciones en los Apoyos son:

Consideramos la armadura completa en equilibrio:

- ***Apoyo*** B ***(Fijo):*** *Tiene dos componentes de reacción,* B_x *y* B_y.
- ***Apoyo*** C ***(Móvil/Rodillo):*** *Tiene una única reacción vertical,* C_y.

Equilibrio de fuerzas horizontales ($\sum F_x = 0$)***:***

$$B_x - 375\ \text{lb} = 0 \Longrightarrow B_x = 375\ \text{lb} \quad (\rightarrow)$$

$$B_x = 375\ lb$$

Equilibrio de momentos respecto al punto B ($\sum M_B = 0$***, antihorario*** $+$***):***

$(375\ lb \times 8\ ft) + (C_y \times 6\ ft) - (500\ lb \times 14.4\ ft) = 0$; *de donde:* $3000 + 6C_y - 7200 = 0$

$6C_y = 4200 \Longrightarrow C_y = 700\ \text{lb} \quad (\uparrow)$ *De donde tenemos que:*

$$C_y = 700\ lb$$

Equilibrio de fuerzas verticales ($\sum F_y = 0$)***; por lo tanto:*** $B_y + C_y - 500\ lb = 0$

$$B_y + 700 - 500 = 0 \Longrightarrow B_y = -200\ \text{lb} \quad (\downarrow \text{ hacia abajo})$$

$$B_y = -200\ lb$$

2. Análisis del Nodo D

Analizamos las fuerzas que actúan en el extremo derecho, la longitud del elemento AD es: $AD = \sqrt{8^2 + 8.4^2} = 11.6\ ft$

Equilibrio vertical ($\sum F_y = 0$):

Asumiendo que F_{AD} está en tensión (jalando hacia arriba y a la izquierda):

$$F_{AD}\left(\frac{8}{11.6}\right) - 500 = 0 \Longrightarrow F_{AD} = 500 \times \frac{11.6}{8} = \mathbf{725}\ \text{lb} \quad \text{(Tensión)}$$

$$F_{AD} = 725\ lb$$

Equilibrio horizontal ($\sum F_x = 0$): Asumiendo F_{CD} en tensión (hacia la izquierda):

$-F_{CD} - F_{AD}\left(\frac{8.4}{11.6}\right) = 0$ ***por lo que:*** $-F_{CD} - 725\left(\frac{8.4}{11.6}\right) = 0 \Longrightarrow F_{CD} = -525\ \text{lb} \Longrightarrow \mathbf{525}\ \text{lb}$ (Compresión)

$$F_{CD} = -525\ Lb$$

3. Análisis del Nodo B

Analizamos las fuerzas en el apoyo izquierdo. La longitud del elemento AB es:

$AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\ ft$

Equilibrio vertical ($\sum F_y = 0$):

Tomando en cuenta la reacción hacia abajo $B_y = 200lb$ y asumiendo F_{AB} en tensión:

$$F_{AB}\left(\frac{8}{10}\right) - 200 = 0 \Longrightarrow F_{AB} = \frac{200}{0.8} = \mathbf{250}\ \text{lb} \quad \text{(Tensión)}$$

$$F_{AB} = 250\ lb$$

Equilibrio horizontal ***($\sum F_x = 0$); por lo que asumiendo F_{BC} en tensión (hacia la derecha):***

$B_x + F_{BC} + F_{AB}\left(\frac{6}{10}\right) = 0$ ***y tenemos que:*** $375 + F_{BC} + 250(0.6) = 0$

$525 + F_{BC} = 0 \Longrightarrow F_{BC} = -525\ \text{lb} \Longrightarrow \mathbf{525}\ \text{lb}$ (Compresión)

$$F_{BC} \textbf{ = -525 lb}$$

4. Análisis del Nodo C

Analizamos el nodo central inferior para encontrar la fuerza en el elemento vertical AC.

- ***Equilibrio vertical*** ***($\sum F_y = 0$); Asumiendo F_{AC} en tensión (hacia arriba), obtenemos:***

  $C_y + F_{AC} = 0$

  $700 + F_{AC} = 0 \Longrightarrow F_{AC} = -700\ \text{lb} \Longrightarrow \mathbf{700}\ \text{lb}$ (Compresión)

$$F_{AC} \textbf{ = -700 lb}$$

Nota: *El equilibrio horizontal $\sum F_x = -525lb + 525lb = 0$ se cumple de manera exacta.*

Verificación de Resultados

Nodo B (Apoyo Fijo)

- **Reacciones del apoyo:**
  - Reacción horizontal: $375lb$ (→)
  - Reacción vertical: $200lb$ (↓)
- **Fuerza interna F_{BC} (Compresión):** Empuja al nodo con $525lb$ (←)
- **Fuerza interna F_{AB} (Tensión):** Jala al nodo inclinándose hacia arriba y la derecha con las componentes:
  - Componente X: $+\ 150lb$ (→)
  - Componente Y: $+\ 200lb$ (↑)
  - ΣFx=375-525+150=0 y ΣFy=-200+200=0

Nodo D (Extremo Derecho)

- **Carga externa:** $500lb$ (↓)
- **Fuerza interna F_{CD} (Compresión):** Empuja al nodo con $525lb$ (→)
- **Fuerza interna F_{AD} (Tensión):** Jala al nodo inclinándose hacia arriba y a la izquierda con las componentes:
  - Componente X: $-\ 525lb$ (←)
  - Componente Y: $+\ 500lb$ (↑)
  - ΣFx =525-525=0
  - ΣFy=-500+500=0

Nodo C (Apoyo Central Inferior)

- **Reacción del apoyo:** $700lb$ (↑)
- **Fuerza interna F_{BC} (Compresión):** Empuja al nodo con $525lb$ (→)
- **Fuerza interna F_{CD} (Compresión):** Empuja al nodo con $525lb$ (←)
- **Fuerza interna F_{AC} (Compresión):** Empuja al nodo con $700lb$ (↓)
- Σ Fx = 525-525=0
- ΣFy = 700-700=0

Nodo A (Cúspide de la Armadura)

- **Carga externa:** $375lb$ (←)
- **Fuerza interna F_{AC} (Compresión):** Empuja al nodo con $700lb$ (↑)
- **Fuerza interna F_{AB} (Tensión):** Jala al nodo inclinándose hacia abajo y a la izquierda, con las componentes:
  - Componente X: $-\ 150lb$ (←)
  - Componente Y: $-\ 200lb$ (↓)
- **Fuerza interna F_{AD} (Tensión):** Jala al nodo inclinándose hacia abajo y la derecha, con las componentes:
  - Componente X: $+\ 525lb$ (→)
  - Componente Y: $-\ 500lb$ (↓)
  - ΣFx=-375-150+525=0
  - ΣFy=700-200-500=0

Diagrama de Cuerpo Libre

A continuación, se presentan los diagramas de cuerpo libre (DCL) visuales para cada nodo, detallando la magnitud, dirección y sentido de todas las fuerzas en equilibrio.

