MENTE CORA
Solución de Problemas Matemáticos

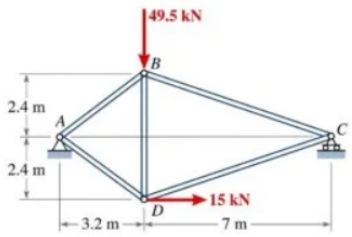


Figura P6.6

Ejercicio 6.6: Utilice el método de los nodos para determinar la fuerza presente en cada elemento de la armadura que se muestra en la siguiente figura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

Solución: Para resolver esta armadura utilizando el **método de los nodos**, primero determinamos las reacciones en los apoyos externos de la estructura completa y luego analizamos el equilibrio en cada nodo.

1. Las Reacciones en los Apoyos son:

Consideramos la armadura completa como un cuerpo rígido. El apoyo en A es un perno fijo (tiene reacciones A_x y A_y), mientras que el apoyo en C es un rodillo (tiene una reacción vertical C_y).

- ***Cálculo de los momentos respecto al nodo A ($\sum M_A = 0$):***

$$\sum M_A = 0 \Longrightarrow (C_y \times 10.2\ \text{m}) + (15\ \text{kN} \times 2.4\ \text{m}) - (49.5\ \text{kN} \times 3.2\ \text{m}) = 0$$

$10.2C_y + 36 - 158.4 = 0$ *por lo tanto tenemos que:* $10.2\,C_y = 122.4 \Longrightarrow \mathbf{C_y = 12.0}\ \text{kN} \uparrow$

$$C_y = 12.0\ \text{kN}$$

- ***Equilibrio de fuerzas en el eje vertical ($\sum F_y = 0$):***

$$A_y + C_y - 49.5\ \text{kN} = 0 \Longrightarrow A_y + 12.0 - 49.5 = 0 \Longrightarrow \mathbf{A_y = 37.5}\ \text{kN} \uparrow$$

$$A_y = 37.5\ \text{kN}$$

- ***Equilibrio de fuerzas en el eje horizontal*** ($\sum F_x = 0$)***:***

$$A_x + 15\ \text{kN} = 0 \Longrightarrow \mathbf{A_x = -15.0\ kN} \leftarrow$$

$$A_x \textbf{ = -15.0 kN}$$

2. Calculamos la Geometría de las Barras.

Calculamos las longitudes y relaciones trigonométricas de las barras:

- ***Barras*** AB ***y*** AD***: Longitud*** = $\sqrt{3.2^2 + 2.4^2} = 4.0m$
  $\cos\theta = \frac{3.2}{4.0} = 0.8, \sin\theta = \frac{2.4}{4.0} = 0.6$
- ***Barras*** BC ***y*** CD***: Longitud*** = $\sqrt{7^2 + 2.4^2} = \sqrt{54.76} = 7.4m$
  $\cos\phi = \frac{7}{7.4}, \sin\phi = \frac{2.4}{7.4}$

3. Analizamos el Nodo C

Asumimos que las fuerzas en las barras BC *y* CD *están en tensión (jalando del nodo):*

- $\sum F_x = 0$***:***

$$-F_{BC}\left(\frac{7}{7.4}\right) - F_{CD}\left(\frac{7}{7.4}\right) = 0 \Longrightarrow F_{BC} = -F_{CD}$$

- $\sum F_y = 0$***:***

$C_y + F_{BC}\left(\frac{2.4}{7.4}\right) - F_{CD}\left(\frac{2.4}{7.4}\right) = 0$ ***Por lo tanto:*** $12.0 + 2F_{BC}\left(\frac{2.4}{7.4}\right) = 0 \Longrightarrow F_{BC} = -12.0 \times \frac{7.4}{4.8} = -18.5\ \text{kN}$

$$F_{BC} \textbf{ = -18.5kN}$$

Resultados:

- $F_{BC} = 18.50kN$ ***(Compresión)***
- $F_{CD} = 18.50kN$ ***(Tensión)***

4. Analizamos el Nodo B

$\sum F_x = 0$: **Por lo que tenemos que:** $-0.8F_{AB} + F_{BC}\left(\frac{7}{7.4}\right) = 0$ **; de donde:**

$$-0.8\,F_{AB} + (-18.5)\left(\frac{7}{7.4}\right) = 0 \Longrightarrow -0.8\,F_{AB} - 17.5 = 0 \Longrightarrow F_{AB} = -21.875\ \text{kN}$$

$$F_{AB} = -21.875\ kN$$

$\sum F_y = 0$: **Tenemos que** $-49.5 - F_{BD} - 0.6F_{AB} - F_{BC}\left(\frac{2.4}{7.4}\right) = 0$, **por lo que:**

$-49.5 - F_{BD} - 0.6(-21.875) - (-18.5)\left(\frac{2.4}{7.4}\right) = 0$ **de donde se deduce que:**

$$-49.5 - F_{BD} + 13.125 + 6.0 = 0 \Longrightarrow F_{BD} = -30.375\ \text{kN}$$

Resultados:

- $F_{AB} = 21.9kN$ ***(Compresión)***
- $F_{BD} = 30.4kN$ ***(Compresión)***

5. Analizamos el Nodo A

Analizamos el nodo izquierdo A para hallar la última barra (AD):

- $\sum F_x = 0$:

  $A_x + 0.8F_{AB} + 0.8F_{AD} = 0$ *de donde :* $-15.0 + 0.8(-21.875) + 0.8F_{AD} = 0$

  $$-15.0 - 17.5 + 0.8\,F_{AD} = 0 \Longrightarrow 0.8\,F_{AD} = 32.5 \Longrightarrow F_{AD} = 40.625\ \text{kN}$$

$$F_{AD} = 40.625\ kN$$

Resultado:

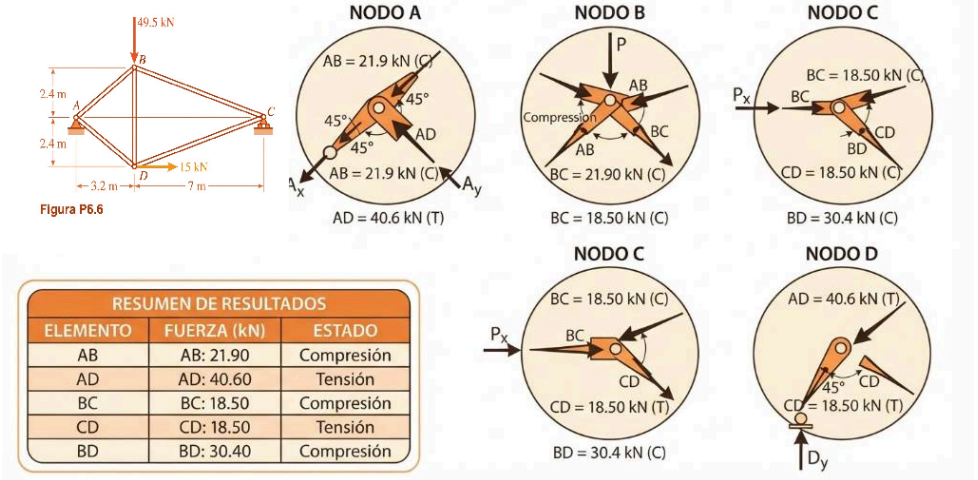
- $F_{AD} = 40.6kN$ ***(Tensión)***

Resume de Resultados

En la tabla inferior se muestra los resultados obtenidos de las fuerzas en cada una de las barras.

Elemento	*Fuerza (kN)*	*Estado*
AB	*21.90*	*Compresión*
AD	*40.60*	*Tensión*
BC	*18.50*	*Compresión*
CD	*18.50*	*Tensión*
BD	*30.40*	*Compresión*

Diagrama de Cuerpo Libre



RESUMEN DE RESULTADOS		
ELEMENTO	FUERZA (kN)	ESTADO
AB	AB: 21.90	Compresión
AD	AD: 40.60	Tensión
BC	BC: 18.50	Compresión
CD	CD: 18.50	Tensión
BD	BD: 30.40	Compresión