



GA Ejercicio 23.2: En el siguiente ejercicio, hallar las coordenadas del foco. la ecuación de la directriz y la longitud del lado recto para la ecuación dada, y discutir el lugar geométrico correspondiente: $x^2 = 12y$.

Solución:

1.- Coordenadas del Foco:

La ecuación $x^2 = 12y$ dada tiene la forma de una parábola vertical con vértice en el origen $V(0,0)$ y es de la forma $x^2 = 4py$.

Por lo tanto podemos igualar las dos ecuaciones anteriores (x^2), y obtenemos:

$$4py = 12y \rightarrow p = (12y) / (4y) \rightarrow p = 3$$

Como p es positivo ($p > 0$), la parábola se abre hacia arriba. Por lo tanto al ser vertical, las coordenadas son $F(0, p)$ son:

$$F(0,3)$$

2.- Coordenadas de la directriz:

La ecuación de la directriz es una línea horizontal opuesta al foco " $y = -p$ ", por lo tanto tenemos:

$$y = -3$$

3.- Longitud del lado recto LR:

La longitud del lado recto lo calculamos con el valor absoluto de $4p$, por lo que tenemos lo siguiente:

$$LR = |4p| = 12$$

4.-Discusión del Lugar Geométrico

- **Vértice:** Se ubica exactamente en el origen $V(0,0)$.
- **Eje focal:** Coincide con el eje Y (recta $x = 0$).
- **Simetría:** La curva es simétrica respecto al eje Y. Si se sustituye " x " por " $-x$ ", la ecuación no cambia.
- **Extensión:** Para que " x " sea un número real, la variable " y " debe tomar solo valores mayores o iguales a cero ($y \geq 0$). Por lo tanto, la gráfica se extiende indefinidamente en el primer y segundo cuadrante.

Gráfica de la Parábola

