



GA Ejercicio 23.3: En el siguiente ejercicio, hallar las coordenadas del foco. la ecuación de la directriz y la longitud del lado recto para la ecuación dada, y discutir el lugar geométrico correspondiente: $y^2 + 8x = 0$

Solución:

1.- Coordenadas del Foco:

Despejamos el término cuadrático y^2 para obtener la ecuación en forma canónica, la ecuación queda: $y^2 = -8x$, podemos observar que tiene la forma de una parábola horizontal con vértice en el origen $V(0,0)$ y es de la forma $y^2 = 4px$.

Por lo tanto podemos igualar las dos ecuaciones anteriores (y^2), y obtenemos:

$$4px = -8x \rightarrow p = (-8x) / (4x) \rightarrow p = -2$$

Como p es negativo ($p < 0$), la parábola se abre hacia la izquierda. Por lo tanto al ser horizontal, las coordenadas son $F(p, 0)$ son:

$$F(-2,0)$$

2.- Coordenadas de la directriz:

La ecuación de la directriz es una línea vertical opuesta al foco " $y = -p$ ", por lo tanto tenemos:

$$y = -(-2) = 2$$

3.- Longitud del lado recto LR:

La longitud del lado recto lo calculamos con el valor absoluto de $4p$, por lo que tenemos lo siguiente:

$$LR = |4p| = |4(-2)| = 8$$

4.-Discusión del Lugar Geométrico

- **Vértice:** Se ubica exactamente en el origen $V(0,0)$.
- **Eje focal:** Coincide con el eje X (recta $y = 0$).
- **Simetría:** La curva es simétrica respecto al eje X. Si se sustituye “y” por “-y”, la ecuación no cambia.
- **Extensión:** Para que “y” sea un número real, el producto $(-8x)$ debe ser mayor o igual a cero, lo que significa que “x” sólo puede tomar valores menores o iguales a cero ($x \leq 0$). La gráfica se extiende indefinidamente en el segundo y tercer cuadrante.

Gráfica de la Parábola

