



GA Ejercicio 23.4: En el siguiente ejercicio, hallar las coordenadas del foco. la ecuación de la directriz y la longitud del lado recto para la ecuación dada, y discutir el lugar geométrico correspondiente: $x^2 + 2y = 0$

Solución:

1.- Coordenadas del Foco:

Despejamos el término cuadrático x^2 para obtener la ecuación en forma canónica, la ecuación queda: $x^2 = -2y$, podemos observar que tiene la forma de una parábola vertical con vértice en el origen $V(0,0)$ y es de la forma $x^2 = 4py$.

Por lo tanto podemos igualar las dos ecuaciones anteriores (x^2), y obtenemos:

$$4py = -2y \rightarrow p = (-2y) / (4y) \rightarrow p = -\frac{1}{2} = -0.5$$

Como p es negativo ($p < 0$), la parábola se abre hacia abajo. Por lo tanto al ser vertical, las coordenadas son $F(0, p)$ son:

$$F(0, -1/2)$$

2.- Coordenadas de la directriz:

La ecuación de la directriz es una línea horizontal opuesta al foco " $x = -p$ ", por lo tanto tenemos:

$$x = -(-1/2) = 1/2$$

3.- Longitud del lado recto LR:

La longitud del lado recto lo calculamos con el valor absoluto de $4p$, por lo que tenemos lo siguiente:

$$LR = |4p| = |4(-1/2)| = 2$$

4.-Discusión del Lugar Geométrico

- **Vértice:** Se ubica exactamente en el origen $V(0,0)$.
- **Eje focal:** Coincide con el eje Y (recta $x = 0$).
- **Simetría:** La curva es simétrica respecto al eje Y. Si se sustituye “x” por “-x”, la ecuación original no se altera.
- **Extensión:** Para que “x” tenga una solución real, la variable “y” debe tomar únicamente valores menores o iguales a cero ($y \leq 0$). Por ello, la gráfica se desarrolla por completo en el tercer y cuarto cuadrante.

Gráfica de la Parábola

