



5.-Calcular el área de la superficie encerrada por la siguiente curva  $\rho = a(1 - \cos \theta)$ .

**Solución:**

La curva  $\rho = a(1 - \cos \theta)$ , es una cardioide y para calcular el área de esta curva utilizamos la ecuación:

$$A = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} [\rho(\theta)]^2 d\theta$$

- Establecemos los límites de integración:

Dado que la cardioide es una curva cerrada que se completa en una revolución total, los límites de integración van desde  $0^\circ$  hasta  $180^\circ$  ( $2\pi$ ).

- Sustituimos en la integral y obtenemos:

$$A = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} [a(1 - \cos \theta)]^2 d\theta$$

Extraemos la constante ( $a^2$ ) y desarrollamos el binomio al cuadrado:

$$A = \frac{a^2}{2} \int_0^{2\pi} (1 - 2\cos \theta + \cos^2 \theta) d\theta$$

Ahora aplicamos identidades trigonométricas para resolver el término  $(\cos \theta)^2$  para lo cuál utilizaremos la identidad del ángulo mitad:

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$$